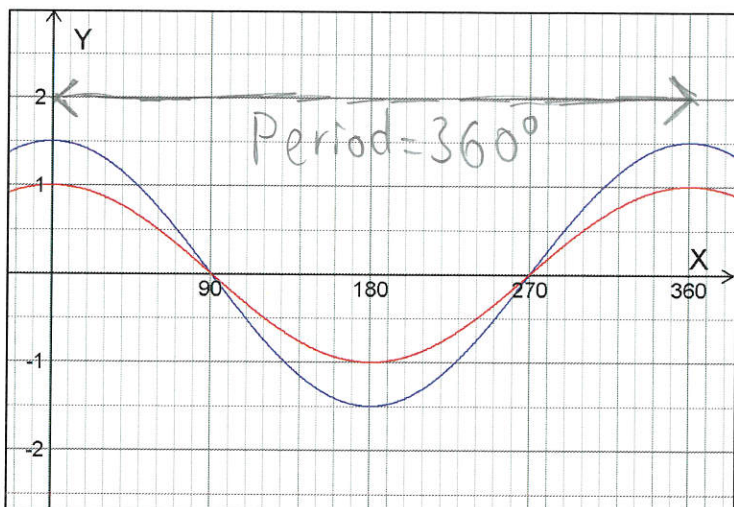


# FACIT

## Några uppgifter om summan av trigonometriska funktioner

1. I det övre koordinatsystemet visas graferna till två trigonometriska funktioner. Rita i det nedre koordinatsystemet **summan av dessa**



$$y_1 = 1 \cdot \cos(x)$$

$$y_2 = 1,5 \cdot \cos(x)$$

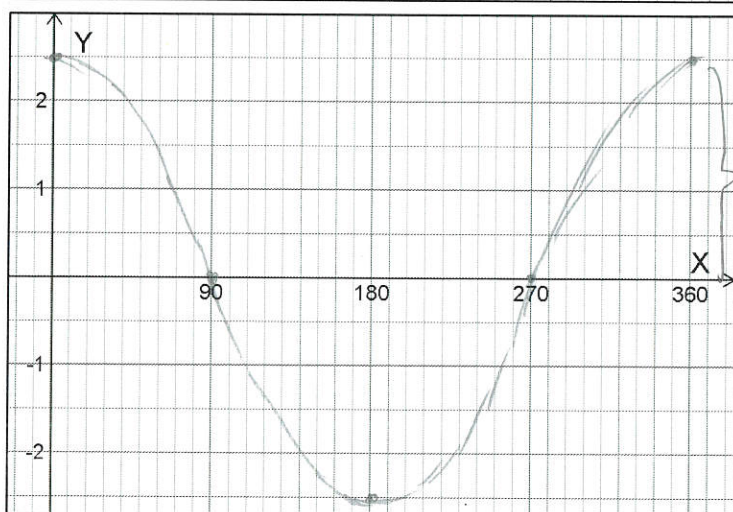
Summan:

$$y_1 + y_2 =$$

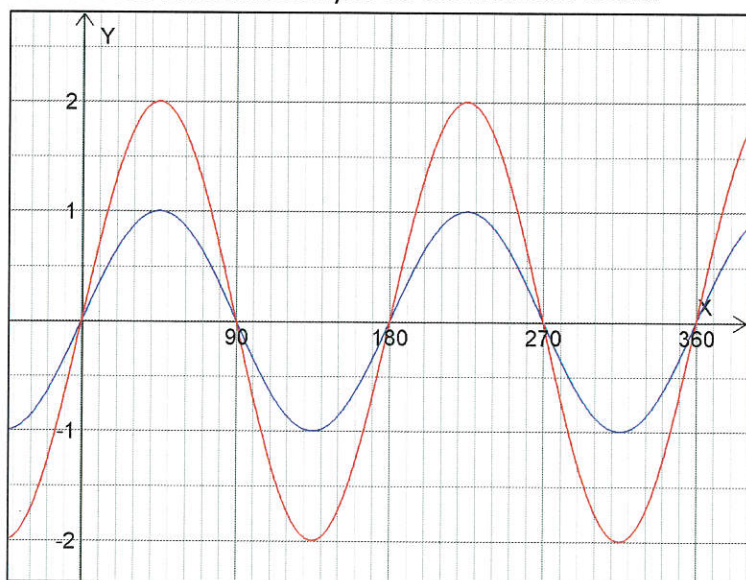
$$1 \cdot \cos(x) + 1,5 \cos(x)$$

$$= \underline{\underline{2,5 \cos(x)}}$$

$$A = 2,5$$



2. I koordinatsystemet nedan visas graferna till två trigonometriska funktioner. Ta fram ett funktionsuttryck för **summan av dessa**



$$y_1 = 2 \sin(2x)$$

$$y_2 = 1 \sin(2x)$$

Summan:

$$y_1 + y_2 =$$

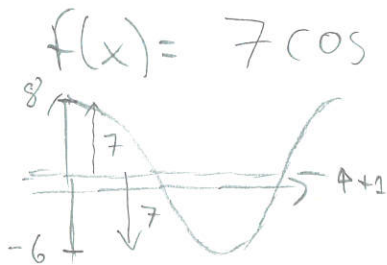
$$2 \sin(2x) + 1 \sin(2x)$$

$$= \underline{\underline{3 \sin(2x)}}$$

$$\text{Period} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow k = \frac{360^\circ}{180^\circ} = 2$$

3. Bestäm största och minsta värdet av funktionen  $f(x) = 2 \cos(3x) + 5 \cos(3x) + 1$



Största värde:  $1 + 7 = 8$   
 Minsta värde:  $1 - 7 = -6$

4. Bestäm största och minsta värdet av funktionen  $f(x) = 4 \sin(x) + 6 \cos(x)$

$$f(x) = 4 \sin(x) + 6 \cos(x) = \left[ \begin{array}{l} \sin + \cos \text{ med samma } k: \\ A = \sqrt{4^2 + 6^2} = 10 \end{array} \right]$$

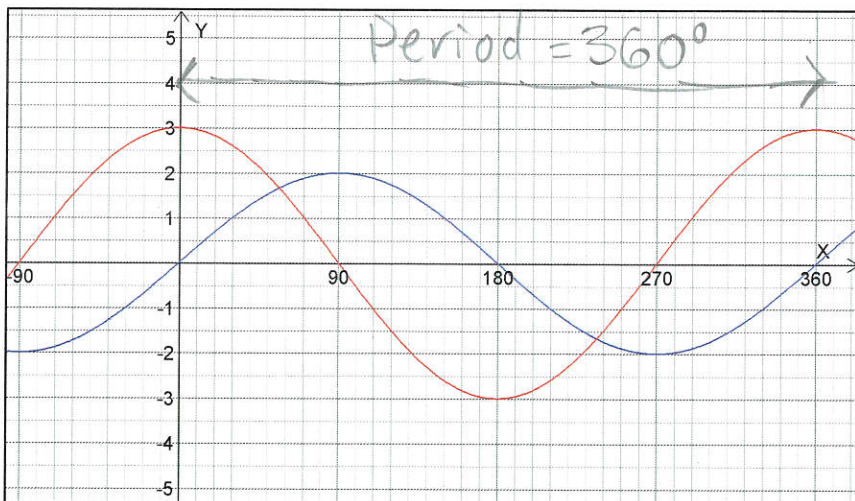
$$= 10 \cdot \sin(x + \varphi)$$

$\varphi$  spelar ingen roll för största och minsta värde.

Största värde: 10

Minsta värde: -10

5. I det övre koordinatsystemet visas graferna till två trigonometriska funktioner. Rita i det nedre koordinatsystemet **summan** av dessa

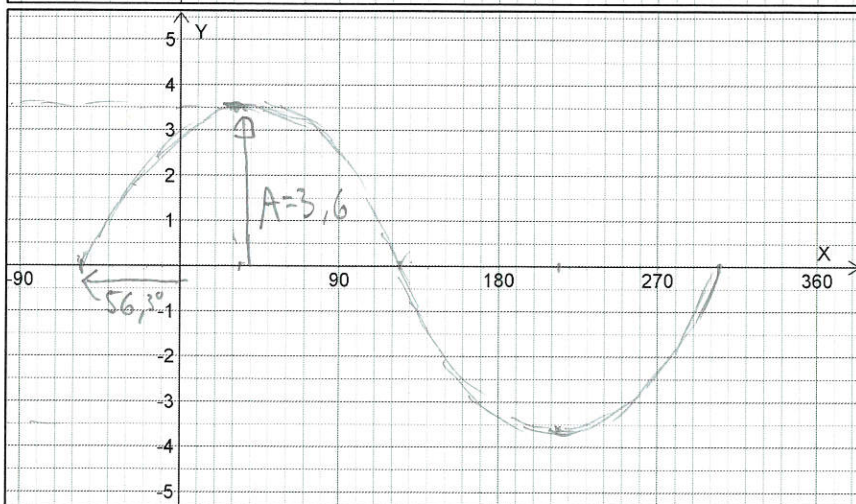


$$y_1 = 3 \cos(x)$$

$$y_2 = 2 \sin(x)$$

$$y_1 + y_2 = 3 \cos(x) + 2 \sin(x)$$

$$\left[ \begin{array}{l} \sin + \cos \text{ med} \\ \text{samma } k: \\ A = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3,6 \\ \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = 56,3^\circ \end{array} \right]$$



$$3,6 \cdot \sin(x + 56,3^\circ)$$

6. Zinah och Cosmin diskuterar största värdet av funktionen  $f(x) = 3 \sin(x) + 4 \cos(x)$

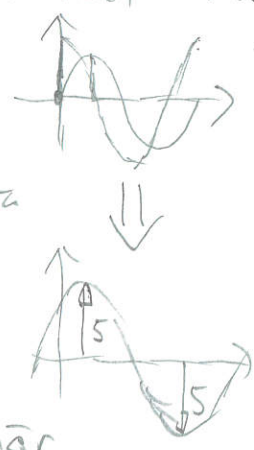
Zinah påstår att största värdet är 5 medan Cosmin säger att största värdet istället borde vara 7.

Vem har rätt och hur kan de båda ha resonerat?

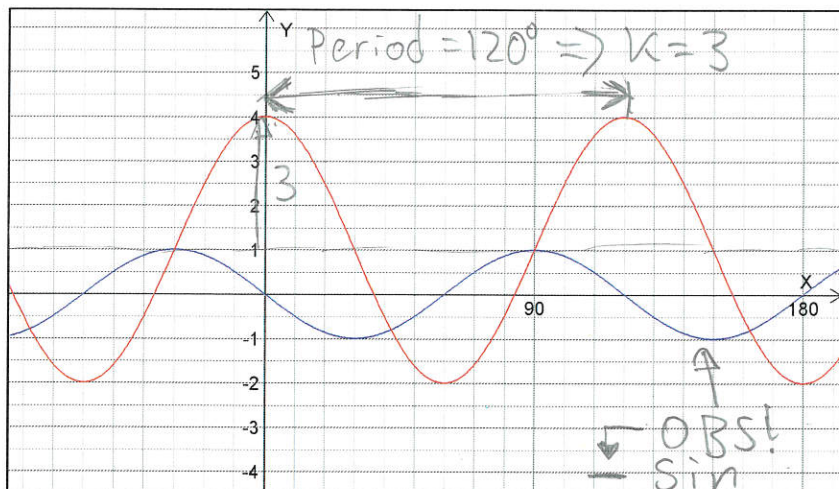
Zinah har tagit hänsyn till att största värdet hos  $\sin$  och  $\cos$  inte inträffar samtidigt vilket ger den gemensamma amplituden

$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  och därmed rätt största värde.

Cosmin har lagt ihop de båda amplituderna, vilket hade stämmt om båda vore  $\sin$  eller  $\cos$ , men tyvärr inte här



7. I det övre koordinatsystemet visas graferna till två trigonometriska funktioner. Rita i det nedre koordinatsystemet **summan av dessa**

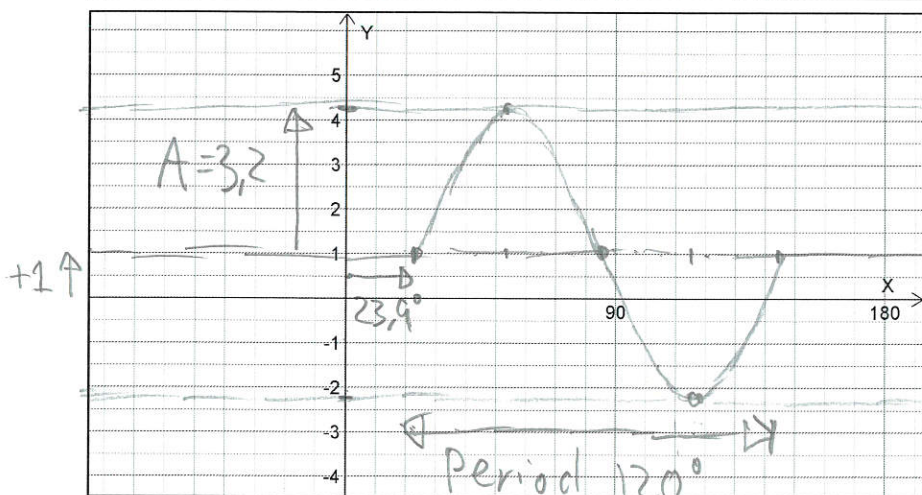


$$y_1 = 3 \cos(3x) + 1$$

$$y_2 = -1 \sin(3x)$$

Summan:

$$y_1 + y_2 = 3 \cos(3x) + 1 - 1 \sin(3x)$$



sin och cos med samma period!

$$A = \sqrt{3^2 + 1^2} \approx 3,2$$

$$V = \tan^{-1} \frac{3}{-1} \approx -71,6^\circ$$

$$= 3,2 \sin(3x - 71,6^\circ) + 1$$

För att lättare kunna rita: Bryt ut 3 ur  $(3x - 71,6^\circ)$

$$= 3,2 \sin(3(x - 23,9^\circ)) + 1$$

7. Zinah och Cosmin diskuterar en ny funktion, denna gång funktionen  $f(x) = \sin(3x) - 2\cos(x)$

Zinah påstår att största värdet är  $\sqrt{5}$  medan Cosmin säger att största värdet inte går att bestämma utan miniräknare.

Vem har rätt och hur kan de båda ha resonerat?

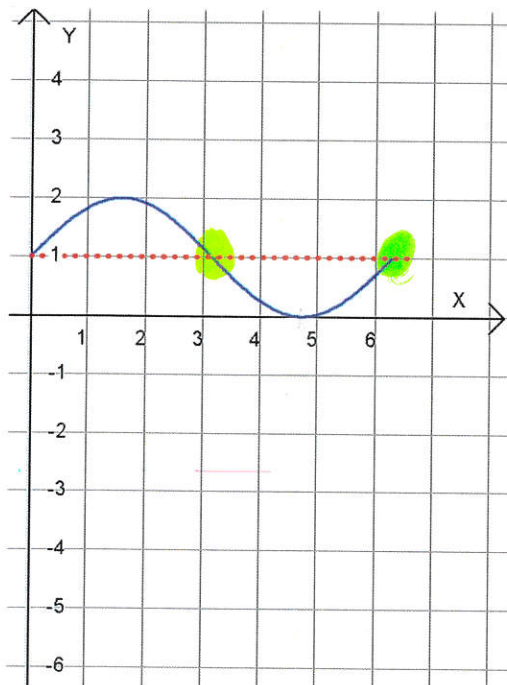
Zinah har utgått från att summor/differenser mellan  $\sin$  och  $\cos$  kan skrivas som en  $\sin$ -funktion med amplituden  $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ . Det är sant, under förutsättning att de båda  $\sin$  och  $\cos$  har samma period. I detta fall är perioderna olika ( $120^\circ$  resp.  $360^\circ$ ), och summan blir klart mer komplicerad och kräver grafisk studie. Alltså har Cosmin rätt denna gång.

8. Lös uppgiften ifrån det gamla provet nedan.

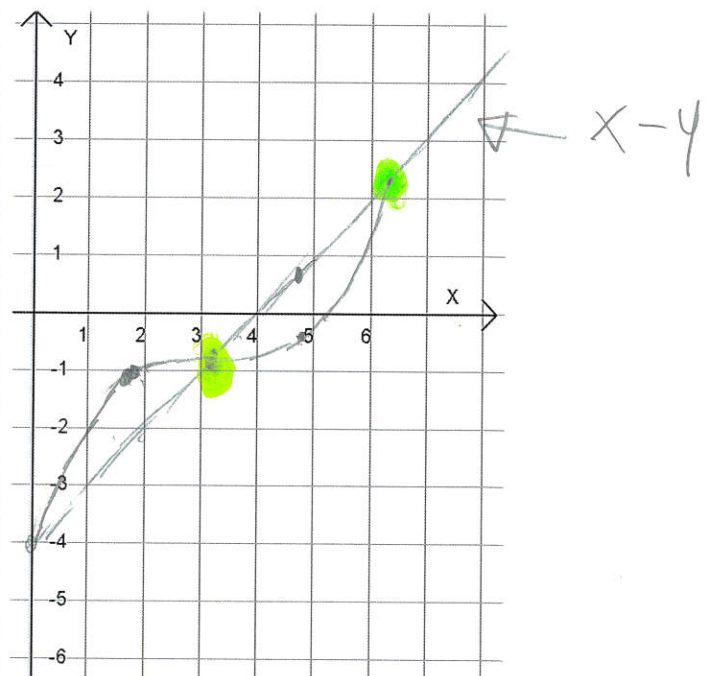
I nedanstående koordinatsystem har en period av grafen till funktionen  $y = \sin(x) + 1$  (där  $x$  anges i radianer) ritats.

Gör i det högra koordinatsystemet en skiss av en period till funktionen  $y = \sin(x) + x - 4$

(1/0/2)



$$y = \sin(x) + 1$$



$$y = \sin(x) + x - 4$$